Economía abierta y pequeña con producción en dos periodos:

Problema:

$$\max \sum_{t=1}^{2} \beta^{t-1}\left(\ln c_t + \gamma \ln(H_t - l_t)\right) \qquad \text{s.a.}$$

$$c_1 + b_1 = f_1(l_1)$$

$$c_2 = f_2(l_2) + (1 + r_1^w) b_1$$

internacional

$$f_t(l_t) = y_t = A_t l_t^{1-\alpha}$$

En economía cerrada con agente representativo era fácil encontrar el equilibrio porque: $b_t^* = 0$, $c_t^* = y_t^*$.

En economía abierta no necesariamente $b_t^* = 0$ ni $c_t^* = y_t^*$
$\Rightarrow$ cálculo del equilibrio es bastante más complicado.

Condiciones de optimalidad:

- $\dfrac{c_2^*}{c_1^*} = \beta(1 + r_1^w)$ ← cond. intertemporal.
- $\dfrac{\gamma c_1^*}{H_1 - l_1^*} = (1-\alpha) A_1 l_1^{*-\alpha}$
- $\dfrac{\gamma c_2^*}{H_2 - l_2^*} = (1-\alpha) A_2 l_2^{*-\alpha}$

} cond. intratemporales.

- $c_1^* + \dfrac{c_2^*}{1 + r_1^w} = A_1 l_1^{*\,1-\alpha} + \dfrac{A_2 l_2^{*\,1-\alpha}}{1 + r_1^w}$ ← restricción presupuestal.

Ahora este es un sistema de 4 ecuaciones en 4 incógnitas: $c_1^*, c_2^*, l_1^*, l_2^*$. Este sistema **NO** tiene solución analítica para $\alpha > 0$.

Sin embargo, con $\alpha = 0$ (tecnología lineal) sí existe solución.

Ej: $\alpha = 0 \Rightarrow y_t = A_t l_t$

$$\Rightarrow \frac{\gamma c_t^*}{H_t - l_t^*} = A_t \qquad \Rightarrow c_t^* = \frac{A_t}{\gamma}(H_t - l_t^*)$$

$$l_t^* = H - \frac{\gamma}{A_t} c_t^*$$

$$c_1^* + \frac{c_2^*}{1+r_1^w} = A_1 l_1^* + \frac{A_2 l_2^*}{1+r_1^w}$$

$$c_1^* + \frac{c_2^*}{1+r_1^w} = A_1 H - \gamma c_1^* + \frac{A_2 H - \gamma c_2^*}{1+r_1^w}$$

$$(1+\gamma) c_1^* + \frac{(1+\gamma) c_2^*}{1+r_1^w} = A_1 H + \frac{A_2 H}{1+r_1^w}$$

$$c_2^* = \beta(1+r_1^w) c_1^*$$

$$\Rightarrow \boxed{c_1^* = \frac{1}{(1+\gamma)(1+\beta)}\left(A_1 H + \frac{A_2 H}{1+r_1^w}\right)}$$

$$\boxed{c_2^* = \frac{\beta(1+r_1^w)}{(1+\gamma)(1+\beta)}\left(A_1 H + \frac{A_2 H}{1+r_1^w}\right)}$$

Si $\beta(1+r_1^w) = 1$:

$$\boxed{l_t^* = H - \frac{\gamma}{(1+\gamma)(1+\beta)}\left(\frac{A_1 H + \beta A_2 H}{A_t}\right)}$$

$$\boxed{y_t^* = A_t H - \frac{\gamma}{(1+\gamma)(1+\beta)}\left(A_1 H + \beta A_2 H\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{TB_1^* = y_1^* - c_1^* = \frac{\beta}{1+\beta} H(A_1 - A_2)}$$

signo de TB_1^* depende de si $A_1 - A_2 > 0$

- $A_1 - A_2 < 0$
- $A_1 - A_2 = 0$

$A_1 > A_2 \Rightarrow$ productividad marginal es mayor en $t=1$

$\Rightarrow$ se produce más en $t=1$ que en $t=2$ y como

$\beta(1+r_1^w)=1 \Rightarrow c_1^* = c_2^* \Rightarrow$ en $t=1$ se produce más

de lo que se consume $\underline{TB_1^*} > 0$. $\quad y_t = A_t \uparrow l_t \uparrow \;\uparrow$

Si $\beta(1+r_1^w)=1 \Rightarrow$ el consumo se suaviza perfectamente:

$$c_1^* = c_2^*.$$

Sin embargo esto $\underline{\text{NO}}$ ocurre con el ocio:

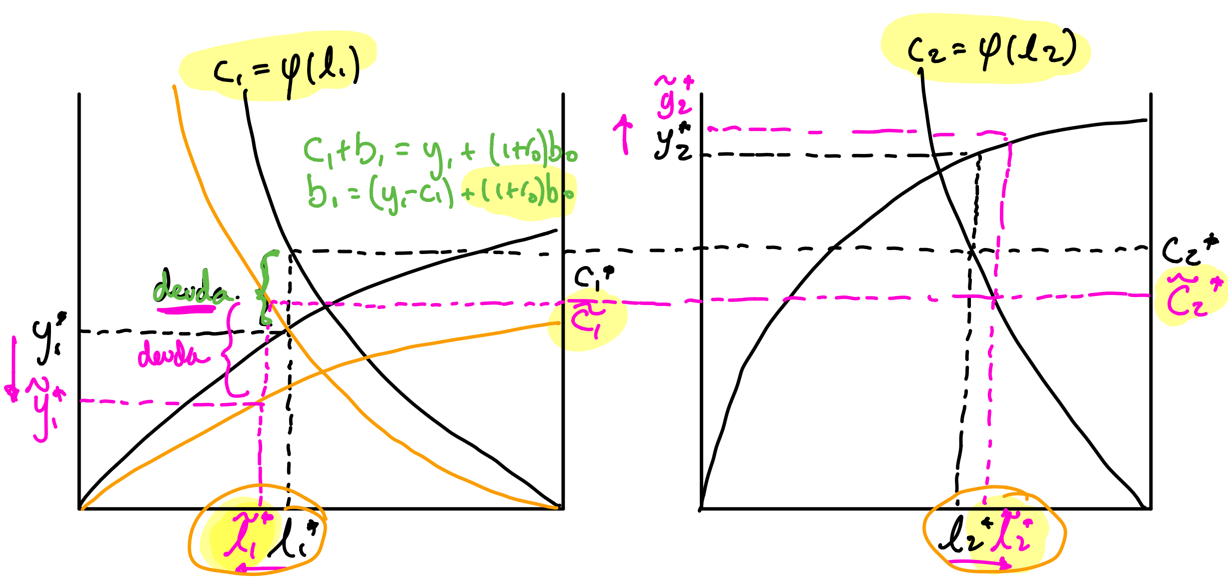
$$l_1^* = \frac{H}{1+\gamma} + \beta\frac{\gamma H}{(1+\gamma)(1+\beta)}\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)$$

$$l_2^* = \frac{H}{1+\gamma} + \beta\frac{\gamma H}{(1+\gamma)(1+\beta)}\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)$$

Si $A_1 = A_2 \Rightarrow l_1^* = l_2^* = \frac{H}{1+\gamma} \leftarrow$ como en economía cerrada con tecnología lineal.

Si $A_1 < A_2 \Rightarrow l_1^* < l_2^*$.

Choque transitorio a productividad: $\beta(1+r_1^w)=1$.



Supongamos que A_1 cae a $\tilde{A}_1$. Caída en A_1 genera efecto ingreso negativo $\Rightarrow$ C_1^* y C_2^* caen, a $\tilde{C}_1^*$ y $\tilde{C}_2^*$, $\tilde{l}_1^*$, $\tilde{l}_2^*$ son óptimos con $\tilde{A}_1$.

En nuevo eq: $\tilde{C}_1^* < C_1^*$, $\tilde{C}_2^* < C_2^*$, $\tilde{l}_1^* < l_1^*$, $\tilde{l}_2^* > l_2^*$.
$\tilde{y}_1^* < y_1^*$, $\tilde{y}_2^* > y_2^*$

en $t=2$, c cae mientras y aumenta $\Rightarrow$ $\tilde{b}_1^* < b_1^* < 0$
endeudamiento debe crecer en el primer periodo.

$y_1 = A_1 \downarrow l_1^{1-\alpha} \downarrow$ $\Rightarrow$ caída en A_1 se está amplificando por la sustitución de ocio a través del tiempo.

Horizonte infinito:

$$\max. \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left(\ln c_t + \tau \ln(H_t - l_t) \right) \quad \text{s.a.}$$

$$c_t + b_t = f_t(l_t) + (1+r_{t-1}^w) b_{t-1}$$

No Ponzi: $\lim_{T \to \infty} P_T^w b_T \geq 0$

Restricción intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w C_t \leq \sum_{t=1}^{\infty} P_t^w F_t(l_t) + b_0(1+r_0^w)$$

Condiciones de optimalidad:

$$\frac{\tau C_t}{H_t - l_t} = (1-\alpha) A_t (l_t)^{-\alpha}$$

$$l_t = g(c_t)$$

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta(1+r_t^w)$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w C_t = \sum_{t=1}^{\infty} P_t^w F_t(l_t) + b_0(1+r_0^w)$$

Con $\alpha > 0$, no podemos resolver analíticamente l_t^* en términos de c_t $\Rightarrow$ no podemos resolver el equilibrio analíticamente.

Tecnología lineal: $y_t = A_t l_t$

$$\frac{\gamma c_t}{H_t - l_t} = A_t \quad \Rightarrow \quad l_t = H_t - \frac{\gamma c_t}{A_t}$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w c_t = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w \left(A_t H_t - \gamma c_t\right) + b_0(1+r_0^w)$$

$$\vdots$$

$$c_1^* = \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w A_t H_t + b_0(1+r_0^w)\right)$$

Si $H_t = H$, $\beta(1+r_t^w) = 1$, $b_0 = 0$:

$$\Rightarrow \boxed{c_1^* = \frac{1-\beta}{1+\gamma} H \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} A_t} \qquad \boxed{c_1^* = c_2^* = \dots}$$

Consumo es igual en el tiempo porque $\beta(1+r_t^w) = 1$ y el individuo suaviza perfectamente.

Sin embargo, l_t NO necesariamente es constante en el tiempo:

$$l_t = H_t - \frac{\gamma c_t}{A_t} \downarrow \uparrow$$

En periodos con A_t más grande el individuo trabaja más.

Choque transitorio a la productividad:

Supongamos que $A_t = A$, $t \geq 2$, $A_1 = \mu A$

$$C_t^* = \frac{1-\beta}{1+\gamma} HA\left(\mu + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \dots\right)$$

$$= \frac{1-\beta}{1+\gamma} HA\left(\mu + \beta\underbrace{\left(1 + \beta + \beta^2 + \dots\right)}_{\frac{1}{1-\beta}}\right) = \frac{1-\beta}{1+\gamma} HA\left(\mu + \frac{\beta}{1-\beta}\right)$$

$$\boxed{C_t^* = \frac{AH}{1+\gamma}\left(1 - (1-\beta)(1-\mu)\right)}$$

consumo en economía con $A_t = A \ \forall t$.

Si $\mu < 1$: $C_1 = C_2 = \dots < \frac{AH}{1+\gamma}$

Si $\mu > 1$: $C_1 = C_2 = \dots > \frac{AH}{1+\gamma}$

Choque transitorio tiene efecto permanente en el consumo en la dirección del choque.

$$l_1^* = H - \frac{\gamma C_1^*}{\mu A} = \frac{H}{1+\gamma}\left(1 - \gamma\beta\frac{1-\mu}{\mu}\right)$$

$$l_t^* = H - \frac{\gamma C_t^*}{A} = \frac{H}{1+\gamma}\left(1 + \gamma(1-\beta)(1-\mu)\right), \quad t \geq 2$$

Individuo consume más ocio (trabaja menos) cuando su productividad es más baja, y trabaja más en el resto de periodos.

$$TB_t^* = y_t^* - C_t^* = A_t l_t^* - C_t^* = A_t H - (1+\gamma) C_t^*$$

$$TB_1^* = -AH\beta(1-\mu)$$

$$TB_t^* = AH(1-\beta)(1-\mu) \quad t \geq 2.$$

$\mu < 1 \Rightarrow$ individuo incurre en déficit comercial en $t=1$ y en superávit en $t \geq 2$.

$$b_t^* = TB_t^* + (1+r_{t-1}^{w})\, b_{t-1}^*$$

$$b_0 = 0 \Rightarrow b_1^* = TB_1^* = -AH\beta(1-\mu)$$

$$b_2^* = AH(1-\beta)(1-\mu) + \frac{1}{\beta}\left(-AH\beta(1-\mu)\right)$$

$$= -AH\beta(1-\mu)$$

Tamaño de activos del hogar es constante a través del tiempo.

Si choque es positivo ($\mu > 1$) $\Rightarrow$ ahorro es positivo y en cada periodo el individuo usa los intereses generados por ahorro para financiar mayor consumo.

$$CA_t^* = b_t^* - b_{t-1}^*$$

$$CA_1^* = b_1^* - b_0 = -AH\beta(1-\mu)$$

$$CA_t^* = 0 \qquad t \geq 2.$$